

## Mesure des Risques industriels en Assurance : Analyse des Méthodes de Quantification des Pertes

### Industrial Risk Measurement in Insurance: Analysis of Loss Quantification Methods

**Chouaib BELLOUQ, (Doctorant)**

*Laboratoire d'Analyse Économique et de Modélisation (LEAM)  
Faculté des Sciences Juridiques, Économiques et Sociales, Souissi  
Université Mohammed V de Rabat, Maroc*

<b>Adresse de correspondance :</b>	Faculté des Sciences Juridiques, Économiques et Sociales, Souissi Université Mohammed V Rue Mohammed Ben Abdellah Ragraoui Madinat Al Irfane B.P. : 6430 Rabat Instituts Maroc (Rabat)
<b>Déclaration de divulgation :</b>	Les auteurs n'ont pas connaissance de quelconque financement qui pourrait affecter l'objectivité de cette étude.
<b>Conflit d'intérêts :</b>	Les auteurs ne signalent aucun conflit d'intérêts.
<b>Citer cet article</b>	BELLOUQ, C. (2023). Mesure des Risques industriels en Assurance : Analyse des Méthodes de Quantification des Pertes. International Journal of Accounting, Finance, Auditing, Management and Economics, 4(5-2), 490-513. <a href="https://doi.org/10.5281/zenodo.10002174">https://doi.org/10.5281/zenodo.10002174</a>
<b>Licence</b>	<b>Cet article est publié en open Access sous licence CC BY-NC-ND</b>

*Received: August 30, 2023*

*Accepted: October 12, 2023*

**International Journal of Accounting, Finance, Auditing, Management and Economics - IJAFAME**

**ISSN: 2658-8455**

**Volume 4, Issue 5-2 (2023)**

## Mesure des Risques industriels en Assurance : Analyse des Méthodes de Quantification des Pertes

### Résumé

Cet article examine en profondeur la problématique cruciale de la quantification des risques dans deux domaines essentiels : celui de l'assurance et celui des entreprises. En nous fondant sur une base de données établie par un spécialiste en risques industriels, répertoriant les incidents et leur sévérité, nous avons examiné les diverses techniques de conception ainsi que la distribution des niveaux de pertes subies par les entreprises du secteur industriel. Une fois que la distribution des pertes a été établie, que ce soit au moyen de méthodes paramétriques, non paramétriques, analytiques ou par le biais de simulations de Monte-Carlo, il devient impératif de progresser vers la phase de mesure des risques.

La mesure du risque, fondamentale dans cette démarche, se profile comme une fonction intrinsèquement liée aux pertes subies (ou aux profits engrangés). Son rôle consiste à évaluer avec précision le niveau de risque étroitement associé à une distribution de pertes donnée. Parmi les diverses méthodes de mesure des risques, celles axées sur les principes de calcul de la prime se démarquent. Ces principes établissent une méthodologie permettant de déterminer une prime adaptée à être facturée à l'assuré, en prenant en compte la nature de la distribution des pertes. Un autre angle abordé dans le cadre de cet article se concentre sur les techniques de mesure des risques qui jouent un rôle vital dans l'établissement des fonds propres nécessaires pour soutenir les opérations d'une entreprise. Dans ce contexte particulier, l'attention se focalise principalement sur le quantile de la distribution des pertes, un concept familièrement désigné sous l'appellation de "Value at Risk" (VaR).

En somme, l'article dresse un tableau captivant de l'importance cruciale de la quantification des risques, tant dans le paysage de l'assurance que dans le tissu des entreprises. À cette fin, des mesures hautement stratégiques telles que les principes de calcul de la prime et l'indicateur "Value at Risk" (VaR) se présentent comme des outils incontournables pour évaluer et gérer de manière efficiente les risques inhérents aux pertes financières. Cette réflexion approfondie met en lumière l'importance de ces approches dans un environnement économique et financier complexe où la maîtrise des risques s'avère cruciale pour la viabilité et la prospérité à long terme.

**Mots clés :** Assurance, primes, gestion du risque, quantification du risque, couverture d'assurance.

**Classification JEL :** B16, C10, G22, G32

**Type de l'article :** Recherche empirique.

### Abstract

This article thoroughly examines the crucial issue of risk quantification in two essential domains: insurance and business enterprises. Based on a database compiled by an industrial risk specialist, cataloging incidents and their severity, we examined various design techniques as well as the distribution of loss levels experienced by industrial sector companies. Once the distribution of losses has been established, whether through parametric, nonparametric, analytical methods, or via Monte Carlo simulations, progressing towards the risk measurement phase becomes imperative.

Risk measurement, a fundamental aspect of this endeavor, emerges as an intrinsically linked function to the losses incurred (or profits gained). Its role is to precisely assess the level of risk closely associated with a given loss distribution. Among the various risk measurement methods, those centered on premium calculation principles stand out. These principles establish a methodology to determine a suitable premium to be charged to the insured, taking into account the nature of the loss distribution.

Another aspect explored in this article focuses on risk measurement techniques that play a vital role in determining the necessary equity capital to support the company's operations. In this specific context, attention is primarily directed towards the quantile of the loss distribution, a concept commonly referred to as "Value at Risk" (VaR).

In summary, the article paints a compelling picture of crucial significance of risk quantification, both in the landscape of insurance and within the fabric of businesses. To this end, highly strategic measures such as premium calculation principles and the "Value at Risk" (VaR) indicator emerge as indispensable tools to efficiently assess and manage risks inherent in financial losses. This in-depth reflection highlights the importance of these approaches in a complex economic and financial environment, where risk management proves pivotal for long-term viability and prosperity.

**Keywords:** Insurance, premiums, risk management, risk quantification, insurance coverage

**JEL Classification:** B16, C10, G22, G32

**Paper type:** Empirical research.

## 1. Introduction

Le secteur de l'assurance joue un rôle crucial en offrant une protection contre les risques spécifiés dans les contrats souscrits par les assurés. L'assureur propose des polices d'assurance avec des avantages spécifiques, définis par des conditions et des contrats, à un coût déterminé, connu sous le nom de prime. À son tour, l'assuré peut accepter ou décliner l'offre, et en cas d'acceptation et de paiement de la prime, il devient alors le preneur d'assurance. D'après une base de données établie par un spécialiste en évaluation des dangers industriels, qui répertorie les incidents ainsi que leur niveau de gravité, il ressort d'une analyse de risques conventionnelle que nous faisons face à des dangers peu fréquents, mais aux conséquences majeures. Toutefois, cette évaluation qualitative s'avère insuffisante pour appréhender la conduite globale de notre portefeuille d'enjeux industriels d'ampleur. Pour remédier à cette lacune, nous avons examiné les diverses approches pour construire et distribuer les valeurs des pertes subies par les entreprises du secteur industriel. L'estimation des pertes annuelles envisageables est calculée à l'aide de deux modèles statistiques prédominants. Le premier repose sur l'appréciation du risque individuel, tandis que le second se fonde sur l'utilisation conjointe de la simulation de Monte-Carlo et d'une approche forfaitaire (Bellouq, C. (2023)). Une fois que la distribution des pertes est établie, que ce soit par des méthodes paramétriques, non paramétriques, analytiques ou par la simulation de Monte-Carlo, il devient essentiel de passer à la phase cruciale de quantification des risques.

La mesure du risque représente une fonction de la perte (ou du profit), qui permet d'encapsuler en quelque sorte le niveau de risque associé à une distribution de pertes. Parmi les mesures de risques les plus connues, on trouve les principes de calcul de la prime. Ces principes permettent de déterminer une prime appropriée à facturer à l'assuré, en prenant en compte la distribution des pertes et les risques encourus.

Cependant, la mesure des risques va bien au-delà du domaine de l'assurance. Elle s'étend également à la gestion des fonds propres au sein des entreprises. Dans cette optique, une attention particulière est portée au quantile de la distribution de pertes, communément désigné sous le terme "Value at Risk" (VaR).

La stratégie de transfert de risque a été l'objet d'un vif intérêt parmi les chercheurs, suscitant des débats et des réflexions approfondies dans le domaine de la gestion des risques et de l'assurance.

Les chercheurs se sont penchés sur les avantages et les inconvénients de cette stratégie. D'un côté, le transfert de risque peut apporter des avantages financiers indéniables, notamment en permettant aux entreprises de réduire leur exposition aux pertes majeures.

Cet article scientifique se propose d'explorer en profondeur les différentes méthodes de mesure des distributions de pertes, en mettant l'accent sur leur implication dans le domaine de l'assurance et de la gestion des entreprises. En examinant les principes de calcul de la prime et en approfondissant la notion de Value at Risk, notre objectif est de mettre en lumière l'importance de la quantification des risques dans la prise de décision, les stratégies de gestion des risques et les performances financières face aux événements incertains.

Au fil des prochaines sections, nous présenterons une analyse détaillée des méthodologies utilisées pour établir les distributions de pertes, tout en explorant les subtilités des mesures de risques et leur application pratique. Nous nous pencherons également sur le rôle de ces mesures dans la définition des exigences en fonds propres pour les entreprises. Cette étude vise à améliorer la compréhension de la mesure des risques et de son impact potentiel sur les processus de prise de décision, les stratégies de gestion des risques et la performance financière dans un contexte d'incertitude. Face à l'essor du secteur de l'assurance et à la complexité grandissante des risques industriels, comment pouvons-nous élaborer des approches de mesure des risques plus complètes et adaptées, non seulement pour l'assurance, mais aussi pour la gestion des

entreprises ? Comment ces méthodes de mesure des distributions de pertes, telles que les principes de calcul de prime et le concept de Value at Risk, peuvent-elles véritablement éclairer la prise de décision, orienter les stratégies de gestion des risques et influencer les performances financières, tout en prenant en compte les incertitudes inhérentes aux événements rares et majeurs ? Quels sont les avantages et les limites de chaque approche, et comment peuvent-elles être harmonisées pour une gestion plus efficace des risques et une meilleure allocation des ressources ? En outre, comment ces mesures de risques contribuent-elles à établir des exigences en fonds propres solides pour les entreprises, garantissant leur résilience et leur stabilité au sein d'un environnement en constante évolution et marqué par l'incertitude ? Par le biais d'une exploration approfondie des méthodologies, des applications pratiques et de leurs implications, cet article cherche à fournir des pistes de réponse à ces questions, tout en mettant en exergue l'importance cruciale de la mesure des risques dans les décisions et stratégies de gestion des risques dans un monde en perpétuel changement.

La première partie de cet article se penche sur les différentes approches de tarification dans le domaine de l'assurance. Nous commencerons par explorer les méthodes de calcul des primes d'assurance, en mettant l'accent sur la manière dont les primes sont déterminées en fonction des risques encourus par les assurés. Nous examinerons comment les assureurs évaluent les caractéristiques des risques, les facteurs de probabilité et d'impact pour estimer les primes. De plus, nous discuterons de l'engagement de couverture, en explorant comment les assureurs définissent les conditions et les limites de la couverture d'assurance en fonction des besoins et des risques spécifiques de leurs clients.

La deuxième partie se focalisera sur les mesures utilisées pour déterminer les exigences en fonds propres au sein des entreprises, en particulier dans le contexte de la gestion des risques. Nous étudierons en détail le concept de "Value at Risk" (VaR), une mesure clé utilisée pour évaluer le niveau de risque financier auquel une entreprise est exposée. Nous examinerons comment les entreprises calculent et interprètent le VaR pour déterminer la quantité de fonds propres nécessaires pour faire face aux pertes potentielles. De plus, nous explorerons comment les réglementations et les normes du secteur influencent les exigences en fonds propres et comment les entreprises s'efforcent de maintenir leur stabilité financière grâce à ces mesures.

La troisième partie se concentrera sur l'évaluation de la stratégie de transfert de risque, en se penchant sur la question fondamentale de savoir si les entreprises ont intérêt à transférer leurs risques par le biais de contrats d'assurance. Nous analyserons les facteurs qui influencent la décision de transfert de risque. Cette section examinera également les situations dans lesquelles l'autogestion des risques pourrait être préférable au transfert par le biais de contrats d'assurance, en prenant en compte les scénarios où les primes d'assurance pourraient être prohibitives ou les risques non couverts de manière adéquate.

Cet article exhaustif a été élaboré en utilisant le logiciel statistique puissant "R". Grâce à cette plateforme, nous avons pu conduire une analyse approfondie des différentes méthodes de mesure des risques, explorer les distributions de pertes et examiner les implications pour les secteurs de l'assurance et de la gestion d'entreprise.

## **2. Exploration des Approches de Tarification des Assurances : Primes Calculées et Engagement de couvertures**

### **2.1. Contexte**

Cette section examine les divers principes de tarification utilisés par les assureurs pour établir les primes d'assurance en fonction des risques encourus par les assurés. Le rôle de l'assureur consiste à fournir une couverture d'assurance contre des risques spécifiés dans un contrat souscrit par l'assuré. La prime représente le prix fixé par l'assureur en échange de la couverture

proposée. Lorsque le contrat est accepté par l'assuré et que la prime est payée, ce dernier devient le preneur d'assurance.

## 2.2. Développement des hypothèses

Pour développer nos hypothèses, nous entreprendrons une revue de la littérature empirique afin de justifier nos choix. Cette revue de littérature s'achèvera par la formulation de nos hypothèses de recherche.

La tarification des primes en assurance repose sur divers principes, sur lesquels les assureurs se basent généralement pour déterminer les montants à facturer. Nous nous intéressons ici à la prime telle qu'elle est fonction du profil des risques encourus, sans être modifiée ou ajustée pour prendre en compte les frais opérationnels de l'assureur, les marges bénéficiaires ou d'autres considérations.

Nous allons considérer trois scénarios pour la prime annuelle  $P$  que l'assureur facture pour couvrir le risque  $S$  :

- (a)  $P > E[S]$ ;
- (b)  $P = E[S]$ ;
- (c)  $P < E[S]$ .

Dans le scénario (a), l'assureur fixe une prime qui non seulement couvre le coût moyen (appelé prime pure), mais qui inclut également une marge de sécurité. Cela suggère que l'assureur anticipe des résultats financiers positifs à long terme. Toutefois, il persiste une certaine incertitude, car les excédents cumulés générés par cette activité pourraient éventuellement devenir négatifs à un moment donné. En d'autres termes, malgré la prudence, des situations imprévues pourraient influencer la stabilité financière à long terme.

Le scénario (b) implique que l'assureur ne facture que la prime pure, sans tenir compte de la variation statistique du risque, en particulier lorsque le risque dépasse son espérance mathématique. Cette approche met en évidence les risques de négliger les fluctuations statistiques du risque lors de la fixation des primes d'assurance. En fixant la prime égale à la valeur attendue du risque, l'assureur ne prend pas en compte la variabilité naturelle des sinistres. Si le risque réel dépasse cette estimation, des coûts inattendus peuvent entraîner des déficits. Cela peut fragiliser la stabilité financière de l'assureur, compromettant sa capacité à gérer efficacement les demandes de règlement. En négligeant la variabilité du risque, ce scénario souligne la nécessité de tenir compte des événements imprévus pour garantir une gestion solide des sinistres.

Le scénario (c) implique que l'assureur fixe une prime imprudemment inférieure à la valeur attendue du risque, ce qui conduit inévitablement à un excédent cumulatif de l'entreprise devenant négatif (avec une probabilité de 1), quel que soit le montant initial de l'excédent. En d'autres termes, l'assureur prend un risque en fixant une prime inférieure au coût attendu. Bien que cette approche puisse sembler avantageuse à court terme en attirant des clients avec des primes plus basses, à long terme, les excédents cumulés résultant de cette activité ont presque certainement tendance à devenir négatifs, avec une probabilité de 1. Même le scénario (b), où seule la prime pure est facturée, aboutit au même résultat négatif à long terme.

L'assureur reconnaît donc la nécessité de fixer la prime à un niveau supérieur à celui du risque prévu, représenté par les réclamations moyennes globales anticipées. En d'autres termes, il est crucial d'ajouter un certain montant supplémentaire à la prime, ce que l'on appelle le "chargement". Cela est nécessaire pour garantir que la différence entre la prime ( $P$ ) et la valeur attendue du risque ( $E[S]$ ) soit positive, c'est-à-dire que  $P - E[S] > 0$ .

La quantité  $P - E[S]$  est ce que l'on appelle la charge du risque dans la prime. Cette charge du risque reflète la marge de sécurité que l'assureur intègre dans la prime pour se prémunir contre les fluctuations et les imprévus liés aux sinistres. En adoptant cette approche, l'assureur vise à

s'assurer qu'il dispose de ressources financières suffisantes pour couvrir les éventuels coûts supplémentaires résultant de situations où le risque réel peut dépasser les estimations prévues. En utilisant les concepts établis par des chercheurs éminents dans le domaine des mathématiques actuarielles et de la tarification en assurance (Bachelier, 1900 ; Kolmogorov, 1933 ; Lévy, 1948 ; Denuit, 1995 ; Bühlmann, 1970 ; Pitacco, 2009), nous formulons les principes sous-jacents à la tarification des primes comme suit :

Désignons par  $P_X$  la prime chargée par l'assureur pour couvrir le risque  $X$ . La prime  $P_X$  est une fonction  $X$  ie  $P_X = f(X)$ . La règle qui attribue la valeur numérique à  $P_X$  est appelée le principe de calcul de la prime. Les chercheurs ont identifié des propriétés clés de la prime, intégrant les avancées actuarielles et probabilistes.

- Chargement non négatif (Bachelier, 1900) : La prime  $P_X$  doit être supérieure ou égale à l'espérance mathématique de  $X$  ( $E(X)$ ), reflétant une philosophie de minimisation des risques.
- Additivité (Lévy, 1948) : Lorsque les variables aléatoires  $X_1$  et  $X_2$  sont indépendantes, la prime  $P_{X_1+X_2}$  est la somme des primes  $P_{X_1}$  et  $P_{X_2}$ , permettant une agrégation linéaire des risques.
- Invariance d'échelle (Denuit, 1995) : Si  $Z = aX$  (où  $a > 0$ ), alors  $P_Z = aP_X$ , reflétant la conservation des propriétés de tarification lorsque l'échelle change.
- Consistance (Bühlmann, 1970) : Si  $Y = X + c$  (où  $c > 0$ ), la prime  $P_Y = P_X + c$ , préservant la cohérence des primes en cas de modification linéaire des réclamations.
- Limitation supérieure (Pitacco, 2009) : Si une valeur maximale finie du montant de la réclamation est notée  $x_m$ , alors  $P_X \leq x_m$ , définissant une borne supérieure à la prime.

Ainsi, les propriétés de la prime sont résumées comme suit :

1.  $P_X \geq E(X)$  (chargement non négatif) ;
2. Si  $X_1$  et  $X_2$  sont indépendantes, alors  $P_{X_1+X_2} = P_{X_1} + P_{X_2}$  (additivité) ;
3. Si  $Z = aX$ , où  $a > 0$ , alors  $P_Z = aP_X$  (invariance d'échelle) ;
4. Si  $Y = X + c$ , où  $c > 0$ ,  $P_Y = P_X + c$  (consistance) ;
5. S'il y a une valeur maximale finie du montant de la réclamation  $x_m$  puis  $P_X \leq x_m$ .

### 2.3. Un cadre de détermination de la prime : considérations sur les principes de calcul

Un principe de calcul de prime correspond à une règle permettant de déterminer la prime  $P$  à payer pour couvrir un risque donné  $S$ . L'utilisation de différentes méthodes de calcul de prime selon les principes ci-dessous nécessite une compréhension de diverses caractéristiques de la distribution de  $S$ .

Considérons la moyenne et l'écart type de  $S$ , notés respectivement  $E[S]$  et  $SD[S]$ . En pratique, il est peu probable que nous connaissions exactement la distribution de  $S$  ou ses moments. Par conséquent, nous devons estimer les moments et autres caractéristiques de la distribution à l'aide de diverses méthodes d'estimation et d'approximation.

#### 2.3.1. Le Principe de Valeur Espérée en assurance : Une tradition d'excellence économique

Le principe de la valeur espérée (EVP) représente l'un des piliers fondamentaux dans le calcul des primes en assurance, et son développement repose sur les contributions de chercheurs et économistes renommés tels que Daniel Bernoulli (1738), Frank Knight (1921), Kenneth Arrow (1963), et Robert C. Merton (1997).

L'idée fondamentale derrière l'EVP consiste à définir la prime ( $P$ ) comme étant la somme de l'espérance mathématique des pertes annuelles ( $E[S]$ ) additionnée d'un pourcentage  $\alpha$  de cette espérance. Mathématiquement, cela se formule de la manière suivante :

$$P = E[S] + \alpha E[S] = (1 + \alpha)E[S] \text{ Pour } \alpha > 0$$

Ce principe repose sur la notion d'utilité espérée développée par Daniel Bernoulli, qui a posé les bases de la théorie de l'assurance. Frank Knight a ensuite introduit la distinction entre risque mesurable et incertitude radicale, soulignant ainsi l'importance de l'assurance dans la gestion de l'incertitude. Kenneth Arrow (1963), quant à lui, a apporté des contributions importantes à la théorie de l'assurance, notamment en abordant la question de l'équité en matière d'assurance. Enfin, Robert C. Merton (1997) a joué un rôle essentiel dans la gestion des risques financiers et l'évaluation des produits dérivés, qui sont également liés aux concepts d'assurance. Ainsi, le principe de la valeur espérée (EVP) résulte d'un riche patrimoine intellectuel, façonné par des chercheurs et économistes éminents. Il permet d'ajuster la prime pure en incorporant un pourcentage de la moyenne du risque, contribuant ainsi à une gestion efficace des risques et à une meilleure compréhension de l'évaluation des primes d'assurance.

### **2.3.2. L'Influence d' $\alpha$ sur les Primes d'Assurance : Une Analyse du Principe de Déviation Standard**

Le principe de déviation standard (SDP), élaboré dans les années 1960, est une approche intrigante qui a été conçue pour mieux appréhender les risques en tenant compte de la variabilité et de l'écart type des données. Les travaux pionniers de Markowitz, H. (1952) et Fama, E. F. (1965) ont jeté les bases de cette approche en matière de gestion des risques et de la finance. On se concentre sur la compréhension, l'application et les implications du principe de déviation standard, qui visent à ajouter une dimension nouvelle à l'évaluation des risques en introduisant un pourcentage de l'écart type dans le calcul de la prime pure.

Le principe de déviation standard propose une formule pour évaluer la prime pure  $P$  d'une police d'assurance ou la tarification d'un risque en fonction de la moyenne attendue ( $E[S]$ ) et de l'écart type ( $SD[S]$ ) du risque. Cette formule se présente comme suit :

$$P = E[S] + \alpha SD[S] \text{ pour } \alpha > 0.$$

où  $\alpha$  représente un coefficient de pondération positif, supérieur à zéro. Ce coefficient détermine le pourcentage de l'écart type qui est ajouté à la prime pure. L'idée sous-jacente, popularisée par Sharpe, W. F. (1966) et Black, F. (1972), est que les risques avec des écarts types plus élevés nécessitent une prime plus élevée en raison de leur plus grande incertitude. Pour utiliser ce principe dans la pratique, nous devons connaître les valeurs de  $E[S]$  et  $SD[S]$ .

L'application du principe de déviation standard a trouvé un écho particulièrement important dans le domaine de la finance et de la gestion des portefeuilles d'investissement. Les travaux de Markowitz, H. (1952), qui a publié l'article fondateur "Portfolio Selection" introduisant le concept de la frontière efficiente et de la diversification pour atténuer les risques, ainsi que Fama, E. F. (1965), dont les travaux sur l'hypothèse d'efficience des marchés ont contribué à populariser cette approche en gestion des risques financiers.

### **2.3.3. Principe de Variance en Assurance : Aller au-delà des Pertes Attendues**

Le principe de la variance (VP), élaboré à la lumière des contributions de chercheurs influents tels que Markowitz (1952) et Black (1972), constitue un outil essentiel pour calculer la prime totale ( $P$ ) d'une assurance en prenant en compte la variabilité ou la dispersion des pertes potentielles. Cette approche repose sur l'idée fondamentale que la prime d'assurance ne devrait pas seulement couvrir les pertes attendues (moyenne), mais également tenir compte de l'amplitude des pertes potentielles autour de cette moyenne.

La formule du principe de la variance est la suivante :  $P = E[S] + \alpha \text{Var}[S]$

où :

$P$  représente la prime totale que l'assuré doit payer.

$E[S]$  est l'espérance mathématique ou la moyenne attendue des pertes potentielles.

$\alpha$ , un coefficient positif dont la pertinence a été soulignée par Black (1972), joue un rôle crucial dans la détermination de la proportion de la variance à ajouter à la prime pure. Il reflète le degré

d'aversion au risque de l'assureur et la manière dont il souhaite prendre en compte la variabilité des pertes.

Var[S] est la variance des pertes potentielles, c'est-à-dire la mesure de la dispersion ou de la variabilité des pertes par rapport à la moyenne.

### **3. Mesures pour les exigences en fonds propres**

#### **3.1. Value at Risk**

La valeur à risque (VaR) est une mesure statistique utilisée pour évaluer et quantifier le niveau de risque global sur une période de temps spécifique. La VaR est employée par les gestionnaires de risques pour évaluer et contrôler le niveau de risque que l'entreprise prend. Le rôle du gestionnaire de risques est d'assurer que les risques ne dépassent pas le seuil auquel l'entreprise peut absorber les pertes d'un résultat défavorable probable. Ce seuil d'acceptabilité définit ce qu'on appelle l'appétit au risque de l'entreprise.

La Value at Risk, ou VaR, était originellement utilisée principalement par des actuaires, avant d'être réorientée vers presque tous les domaines. Dans les contextes actuariels, elle est connue sous le nom de "quantile du risque". La valeur à risque est calculée en prenant en compte trois variables : le montant de la perte potentielle, la probabilité de cette perte, et l'intervalle de temps. Par exemple, une entreprise peut déterminer qu'elle a une VaR de 5% pour un mois, avec un montant de perte potentiel de 20 millions MAD. Cela signifie qu'il y a une probabilité de 5% que l'entreprise puisse perdre plus de 20 millions MAD au cours d'un mois donné. Par conséquent, une perte de 20 millions MAD doit être anticipée pour qu'elle survienne environ une fois tous les 20 mois.

La valeur à risque (VaR) est en effet une mesure cruciale dans la gestion des risques financiers et a été développée et popularisée par plusieurs chercheurs et acteurs clés du domaine de la finance. Voici un aperçu de quelques-uns de ces chercheurs et de leur contribution à la compréhension et à l'application de la VaR :

Carr, P., & Madan, D. B. (1999). est un chercheur bien connu pour ses contributions à la modélisation des marchés financiers. Son travail sur le "volatility smile" (sourire de la volatilité) a eu une influence significative sur la manière dont la VaR est calculée pour les instruments financiers complexes, tels que les options. Le concept du "volatility smile" met en évidence la non-linéarité de la volatilité implicite des options en fonction de leur prix d'exercice, ce qui a des implications importantes pour la VaR.

Engle, R. F. (1982) est un économiste qui a développé le modèle ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) pour analyser la volatilité des séries temporelles financières. Ce modèle a été largement utilisé pour estimer la volatilité nécessaire dans le calcul de la VaR, en particulier dans les modèles GARCH (Generalized ARCH) qui en sont dérivés.

Taleb, N. N. (2007). est un écrivain et chercheur dont les idées sur les "cygnes noirs" ont influencé la pensée sur les risques et la prise de décision. Les cygnes noirs représentent des événements hautement improbables, mais aux conséquences extrêmes. Bien que son travail ne soit pas exclusivement axé sur la VaR, il a contribué à mettre en lumière l'importance de prendre en compte de tels événements dans les modèles de gestion des risques.

Hull, J. C. (2018). est un auteur bien connu dans le domaine de la finance, notamment pour son livre "Risk Management and Financial Institutions". Ce livre a été largement utilisé dans l'enseignement de la gestion des risques financiers et traite en détail des concepts tels que la VaR.

#### **3.2. Expression mathématique de la VaR et son utilité**

Etant donné un niveau de confiance  $\alpha \in [0,1]$ , la value at risk à un niveau  $\alpha$  est la plus petite valeur  $l$  correspondante à la probabilité que la perte  $L$  dépasse  $l$  soit inférieure à  $(1-\alpha)$ .



Mathématiquement, si  $L$  est la perte alors  $VaR_\alpha(L)$  est le quantile d'ordre  $\alpha$ , ie :

$$VaR_\alpha(L) = \inf\{l \in IR : P(L > l) \leq 1 - \alpha\} = \inf\{l \in IR : F_L(l) \geq \alpha\}$$

L'intérêt de la valeur à risque (VaR) dans la gestion des risques est indéniable, car elle offre une perspective holistique en reliant la perte potentielle avec la probabilité et la dimension temporelle. Cette approche permet de déterminer les besoins en fonds propres de l'entreprise, c'est-à-dire le capital nécessaire pour couvrir les pertes potentielles. En conséquence, la VaR peut être utilisée pour définir l'appétit au risque de l'entreprise, c'est-à-dire le niveau de risque que l'entreprise est prête à accepter.

Un chercheur clé qui a contribué à l'application de la VaR dans la gestion des risques est Rowe, D. M. (1977). Rowe a développé des approches pour mesurer le risque dans les portefeuilles d'investissement, ce qui a jeté les bases de la méthode de la VaR dans le contexte financier. Ses travaux ont ouvert la voie à l'utilisation de la VaR dans la détermination des besoins en capital et dans la gestion des risques dans les entreprises financières.

Une autre figure influente est Philippe Jorion. Dans les années 1990, Jorion a publié des recherches clés sur la VaR et son application dans la gestion des risques financiers. Son livre "Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk", publié en 1996, a été particulièrement influent pour populariser l'utilisation de la VaR dans les institutions financières et pour définir les besoins en capital.

Ces chercheurs ont contribué à mettre en avant la VaR comme un outil essentiel dans la gestion des risques, permettant aux entreprises d'évaluer et de quantifier les risques, d'ajuster leurs niveaux d'exposition et de prendre des décisions éclairées en matière de gestion des fonds propres et d'assurance.

### 3.3. Tail value at Risk

La "Tail Value-at-Risk" (TVaR) au niveau  $\alpha$  est une mesure de risque qui s'intéresse aux pertes extrêmes, c'est-à-dire aux scénarios où les pertes dépassent un certain seuil défini par le niveau de confiance  $\alpha$ . Contrairement à la Value-at-Risk (VaR) qui indique une perte potentielle à un niveau de confiance donné, la TVaR quantifie la moyenne pondérée des pertes qui surviennent lorsque les pertes dépassent le seuil défini par la VaR.

La Tail Value-at-Risk au niveau  $\alpha$ , notée  $TVaR(X; \alpha)$  est définie par

$$TVaR(X; \alpha) = \frac{1}{1 - \alpha} \int_\alpha^1 VaR(X; t) dt.$$

Il est important de noter que la TVaR fournit une mesure plus complète du risque de pertes extrêmes, car elle prend en compte la sévérité des pertes au-delà du seuil fixé par la VaR.

Plusieurs chercheurs ont contribué à développer et à promouvoir la TVaR ainsi que les concepts associés aux mesures de risque.

Artzner, Delbaen, Eber, and Heath (1999) ont introduit le concept de Coherent Risk Measures, qui englobe la TVaR, et ont mis en avant l'importance de cohérence pour ces mesures. Ils ont mis l'accent sur les propriétés mathématiques que de telles mesures devraient avoir, et ont discuté de l'importance de l'additivité et de la propriété de sous-additivité.

McNeil, Frey, Embrechts (2005) ont abordé la TVaR dans le cadre plus large de leur livre "Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools." Ils ont fourni des méthodes pratiques pour estimer et gérer le risque, tout en couvrant un large éventail de sujets liés à la gestion des risques financiers.

Jorion (2006), dans son ouvrage "Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk," a offert une présentation pratique de la VaR, mais il a également discuté de la TVaR comme une mesure complémentaire importante, en insistant sur l'importance de comprendre les risques extrêmes dans la gestion financière.

Ces auteurs, chacun à leur manière, ont contribué à l'expansion de la compréhension et de l'application des mesures de risque, y compris la TVaR. Leurs travaux sont complémentaires et offrent des perspectives différentes sur la manière d'aborder le risque financier.

### 3.4. Conditional Tail Expectation au niveau de probabilité $\alpha$

La "Conditional Tail Expectation" (CTE) au niveau de probabilité  $\alpha$ , également connue sous le nom d'"Expected Shortfall" (ES), est une mesure de risque similaire à la "Tail Value-at-Risk" (TVaR). La CTE est une mesure statistique utilisée pour évaluer les pertes moyennes qui surviennent lorsque les pertes dépassent un certain seuil défini par le niveau de probabilité  $\alpha$ . Contrairement à la Value-at-Risk (VaR) qui indique une estimation de la perte maximale potentielle à un certain niveau de confiance, la CTE prend en compte la moyenne des pertes au-delà du seuil défini par  $\alpha$ .

La Conditional Tail Expectation au niveau de probabilité  $\alpha$ , notée  $CTE[X; \alpha]$ , représente la perte attendue sachant que la VaR au niveau  $\alpha$  est dépassée, i.e.

$$CTE[X; \alpha] = \mathbb{E}[X|X > TVaR[X; \alpha]].$$

La CTE est utile car elle fournit une mesure plus complète du risque extrême que la VaR, en donnant une idée de la gravité des pertes au-delà du seuil.

Plusieurs chercheurs ont contribué à développer et à promouvoir la CTE et les concepts associés aux mesures de risque, notamment la TVaR. Voici quelques chercheurs importants dans ce domaine, avec des références aux travaux qui ont contribué à la compréhension et à l'application de la CTE :

Rockafellar et Uryasev (2002) : En plus de leurs travaux sur la TVaR, ils ont également discuté de la CTE dans leur article "Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions," publié dans le journal "Journal of Banking & Finance."

Alexander McNeil, Rüdiger Frey, Paul Embrechts (2005) : Leur livre "Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools" couvre en détail la CTE en tant que mesure de risque, en l'associant souvent à la TVaR.

Artzner, Delbaen, Eber, and Heath (1999) : Dans leur travail fondateur sur les Coherent Risk Measures, ils ont évoqué des aspects liés à la cohérence de la CTE, bien que leur travail soit plus axé sur les propriétés générales des mesures de risque.

Ces chercheurs, par leurs travaux respectifs, ont contribué à la compréhension et à l'application de la CTE dans le domaine de la gestion des risques financiers.

### 3.5. La Conditional-VaR et Expected Shortfall au niveau de probabilité $\alpha$

La "Conditional Value-at-Risk" (Conditional-VaR) au niveau de probabilité  $\alpha$ , est une mesure de risque financière qui vise à quantifier la moyenne pondérée des pertes qui surviennent au-delà d'un certain seuil défini par le niveau de probabilité  $\alpha$ . La Conditional-VaR est une extension de la Value-at-Risk (VaR) et fournit une mesure plus complète du risque extrême en se concentrant sur la gravité des pertes au-delà du seuil, plutôt que de simplement fournir une estimation de la perte maximale potentielle.

La formule de la Conditional-VaR au niveau de probabilité  $\alpha$  est la suivante :

$$\begin{aligned} CVaR[X; \alpha] &= \mathbb{E}[X - VaR[X; \alpha]|X > VaR[X; \alpha]] \\ &= e_X(VaR[X; \alpha]) \\ &= CTE[X; \alpha] - VaR[X; \alpha]. \end{aligned}$$

il s'agit de l'excédent moyen de sinistre au-delà de la VaR.

L'"Expected shortfall" au niveau de probabilité  $\alpha$ , noté  $ES[X; \alpha]$ , n'est autre que la prime stop-loss dont la rétention est fixée à  $VaR[X; \alpha]$  :

$$ES[X; \alpha] = \mathbb{E}[(X - VaR[X; \alpha])_+].$$

Bien que l'Expected Shortfall et le Conditional Value-at-Risk soient souvent utilisés de manière interchangeable, la principale différence réside dans la façon dont ils mesurent et rapportent les

pertes potentielles dans les scénarios de risque extrême. L'ES donne la moyenne pondérée des pertes, tandis que le CVaR se concentre uniquement sur les pertes au-delà d'un seuil spécifique. Plusieurs chercheurs ont contribué à développer et à promouvoir la Conditional-VaR, aux côtés de la TVaR et de la CTE. Voici quelques chercheurs importants dans ce domaine, avec des références aux travaux qui ont contribué à la compréhension et à l'application de la Conditional-VaR :

Paul Embrechts (1997) : Il a travaillé sur les mesures de risque et a abordé l'ES dans son article "A Course in Financial Calculus," où il discute de la CVaR en tant que mesure de risque cohérente.

Emanuel Derman (2000) : Bien qu'il ne soit pas spécifiquement axé sur la CVaR, il a contribué au domaine de la gestion des risques financiers et a discuté de la nature des mesures de risque, y compris l'ES, dans son livre "My Life as a Quant."

Svenja Ulfers (2006) : Elle a contribué à la compréhension des propriétés statistiques de la CVaR dans son travail intitulé "The Expected Shortfall and Beyond."

Irina Penner (2007) : Elle a étudié les propriétés de la CVaR et a discuté de son utilisation dans la gestion des risques.

Alexander Shapiro (2009) : Il a travaillé sur des approches de programmation mathématique pour estimer la CVaR, en se concentrant sur des formulations convexes.

#### **Remarques :**

- Quel que soit le niveau de probabilité  $\alpha \in (0,1)$ , les identités suivantes sont vérifiées :

$$TVaR[X; \alpha] = VaR[X; \alpha] + \frac{1}{1-\alpha} ES[X; \alpha]$$

- Contrairement au cas des risques discrets, la TVaR est cohérente pour les risques continus, elle est même égale à la CTE, ie :

$$CTE[X; \alpha] = TVaR[X; \alpha], \alpha \in (0,1).$$

#### **Information sur la value-at-risk et la tail value-at-risk**

1.  $CTE_{0\%}$  est la perte moyenne.

2. Nous avons évidemment  $CTE_{\alpha} \geq VaR_{\alpha}$ , l'égalité n'est vérifiée que lorsque  $VaR_{\alpha}$  est la valeur maximale de la variable aléatoire de perte.

3.  $VaR_{0\%}$  correspond à la perte minimale alors que  $VaR_{50\%}$  est la médiane des pertes.

## **4. Le Rôle de la Franchise dans les Contrats d'Assurance : Implications et Mécanismes de Paiement**

### **4.1. La franchise**

Après avoir analysé en détail les méthodes traditionnelles de calcul des primes, nous allons maintenant consacrer cette section à clarifier le rôle du concept de franchise au sein d'un contrat d'assurance. En effet, la franchise revêt une importance considérable dans la structuration des contrats d'assurance, et des chercheurs ont apporté des éclaircissements et des perspectives intéressantes sur cette question.

La franchise dans un contrat d'assurance est une disposition cruciale qui détermine la part de responsabilité financière que l'assuré doit assumer en cas de sinistre. Cette disposition vise à établir un seuil en dessous duquel l'assureur ne couvrira pas les pertes. Les travaux de chercheurs tels que Chen et Tan (2008) ont examiné en profondeur les implications de la franchise dans le contexte de la gestion des risques. Leur étude a souligné comment la franchise peut influencer le comportement de l'assuré en matière de prévention des pertes et comment elle peut affecter les décisions d'achat d'assurance.

La franchise peut être définie de deux manières principales : en utilisant un montant fixe, noté "D", ou en spécifiant un pourcentage, noté " $\beta$  %".

Il est essentiel de considérer les avantages et les limitations de la clause de franchise. Cette dernière permet souvent aux assureurs de réduire les coûts associés aux petits sinistres et de décourager les demandes de faible valeur, comme le suggère l'étude de Doherty et Schlesinger (1983). Cela peut contribuer à maintenir des primes plus abordables pour les assurés et à gérer efficacement les risques mineurs. Cependant, la franchise peut également avoir des inconvénients, en particulier dans le contexte des risques majeurs.

Lorsqu'il s'agit de risques majeurs, tels que des catastrophes naturelles ou des incidents de grande ampleur, les pertes peuvent dépasser considérablement la franchise établie. Des chercheurs comme Cummins et Tennyson (1992) ont examiné comment la franchise peut impacter les résultats financiers des assureurs dans de tels scénarios. Leurs travaux ont mis en évidence la nécessité de prendre en compte la nature des risques couverts lors de la définition de la franchise.

Ainsi, la franchise dans un contrat d'assurance définit la part de risque que l'assuré doit supporter en cas de sinistre. Des chercheurs, tels que Chen et Tan, Bacinello et Millosovich, Doherty et Schlesinger, ainsi que Cummins et Tennyson, ont apporté des éclaircissements importants sur les implications et les décisions liées à la franchise. Il est essentiel de bien comprendre les travaux de recherche pertinents lors de la structuration des contrats d'assurance, en tenant compte des caractéristiques spécifiques des risques couverts et des comportements des parties prenantes.

Un avantage évident pour l'assureur, s'il propose des contrats avec franchise, réside dans l'élimination des petites créances pour l'assureur. Cette approche permet de réduire le nombre global et le montant moyen des sinistres potentiels à régler, ouvrant ainsi la possibilité d'une baisse des primes, avec les avantages concurrentiels qui en découlent sur le marché.

Le souscripteur de l'assurance et l'assureur se retrouvent en réalité dans des positions relatives similaires à celles de l'assureur direct et du réassureur, respectivement.

L'analyse qui suit examine les mécanismes de calcul des montants de perte supportés par l'assuré et l'assureur en cas de sinistre, en se basant sur les équations fournies. Cette approche trouve son écho dans les travaux de chercheurs éminents qui ont contribué à la compréhension des concepts liés à l'assurance et aux risques financiers au fil des années.

Dans le domaine économique, Kenneth Arrow (1963) a apporté une contribution significative en explorant les marchés de l'assurance et l'asymétrie d'information, ce qui a eu des répercussions profondes sur la compréhension des mécanismes de risque et d'assurance. En parallèle, Robert C. Merton (1997), lauréat du prix Nobel en économie, a étudié la tarification des dérivés financiers et les stratégies de gestion des risques, des sujets étroitement liés aux concepts d'assurance.

Du côté des actuaires et des experts en gestion des risques, les travaux de Paul Embrechts (2000) se sont penchés sur la théorie des valeurs extrêmes, les copules et leurs applications dans les domaines de l'assurance et de la finance. Dans le champ de l'économie de l'assurance, Neil Doherty (1981) a contribué à l'étude des marchés de l'assurance, à la conception des contrats et à la gestion des risques.

La perspective académique de Howard Kunreuther (2002) a enrichi notre compréhension de la gestion des risques catastrophiques et de l'économie des catastrophes naturelles, mettant en lumière le rôle potentiel de l'assurance dans la réduction des risques sociétaux.

Ces chercheurs et d'autres encore ont exploré divers aspects de l'assurance, du transfert de risques et de l'allocation des pertes, des concepts qui résonnent avec les équations présentées ici. Leurs travaux ont contribué à façonner notre compréhension des mécanismes d'assurance, de la tarification et des stratégies utilisées tant par les assureurs que par les assurés pour gérer et atténuer les risques.

Soit  $X$  la perte enregistrée en cas de survenance du sinistre, et maintenant considérons  $Y$  et  $Z$  représentent les montants de la perte payée par l'assuré et l'assureur, respectivement. Alors :

$$Y = \begin{cases} X & \text{si } X \leq D \\ D & \text{si } X > D \end{cases}$$

$$Z = \begin{cases} 0 & \text{si } X \leq D \\ X - D & \text{si } X > D \end{cases}$$

Ce qui est équivalent à :

$$Y = \min(X, D), Z = \max(0, X - D).$$

L'équation " $Y = \min(X, D)$ " établit que le montant payé par l'assuré est soit égal à la perte enregistrée en cas de sinistre ( $X$ ), si cette perte est inférieure ou égale à un certain seuil ( $D$ ), soit il est égal à ce seuil ( $D$ ) si la perte dépasse ce seuil. En d'autres termes, si la perte est inférieure ou égale au seuil fixé, l'assuré assume la totalité de cette perte. Si la perte dépasse le seuil, l'assuré ne paiera que le montant du seuil.

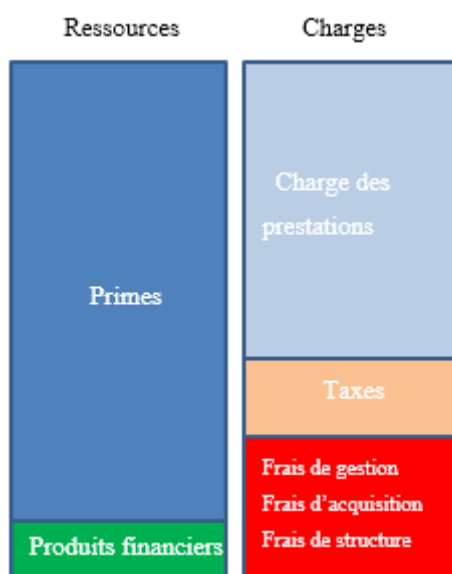
Quant à l'équation " $Z = \max(0, X - D)$ ", elle indique que le montant payé par l'assureur est soit nul si la perte enregistrée ( $X$ ) est inférieure ou égale au seuil ( $D$ ), soit égal à la différence entre la perte et le seuil ( $X - D$ ) si la perte dépasse le seuil. Cela signifie que l'assureur ne paiera que la partie de la perte qui excède le seuil établi.

En somme, ces équations reflètent les mécanismes de paiement associés à la couverture d'assurance en cas de sinistre, où l'assuré et l'assureur partagent la responsabilité financière en fonction de la perte subie et du seuil préalablement défini. Cela permet de mieux comprendre comment la distribution des pertes entre l'assuré et l'assureur est calculée dans le contexte de la réglementation ou des contrats d'assurance spécifiques.

#### 4.2. Tarification sur l'assureur

La figure 2, ci-après, illustre la répartition des composantes des ressources et des charges au sein d'une compagnie d'assurance. Un examen attentif de cette représentation visuelle dévoile que la prime d'assurance constitue une part substantielle des revenus nécessaires à la compagnie. Cependant, il convient de noter que bien que la prime puisse représenter une part importante des revenus, les compagnies d'assurance diversifient généralement leurs sources de revenus. Outre les primes, elles peuvent également percevoir des frais de gestion auprès des assurés et obtenir des revenus provenant de services complémentaires. Par conséquent, bien que la prime d'assurance joue un rôle vital dans le financement des charges, elle n'est pas nécessairement la seule source de revenus sur laquelle repose l'équilibre financier global de la compagnie.

Figure 2 : Compte de résultat de l'assurance



Source : établi par nos soins.

La tarification des primes et la gestion des risques constituent des aspects fondamentaux au cœur du fonctionnement des compagnies d'assurance.

Bachelier (1900) fut un précurseur dans l'utilisation des concepts mathématiques pour modéliser les incertitudes et les fluctuations dans les marchés financiers. Ses travaux ont jeté les bases de la théorie des probabilités stochastiques et ont eu des implications durables dans la tarification des contrats d'assurance.

L'économiste Allais, M. (1953) a également contribué de manière significative à la compréhension de la prise de décision en situation d'incertitude. Son travail a influencé la manière dont les primes d'assurance sont évaluées en prenant en compte les comportements humains.

David C. M. Dickson (1997) a été un fervent contributeur à la recherche actuarielle, en se penchant particulièrement sur les aspects liés à la tarification et à la gestion des risques.

Mark J. Machina (2009) a exploré les comportements humains face au risque, ouvrant ainsi la voie à des approches plus sophistiquées dans la tarification des risques.

Enfin, les contributions de Hans Bühlmann et Alois Gisler (2005) ont eu un impact considérable sur la façon dont les assureurs évaluent et gèrent les risques inhérents à leurs portefeuilles.

Ainsi, la prime versée par l'assuré doit englober les aspects suivants :

- La prime pure : qui représente l'anticipation de coûts liés aux sinistres, exprimée en termes de moyenne statistique de ces coûts aléatoires.
- Les frais d'acquisition et de gestion : il s'agit d'une surcharge qui vise à couvrir les dépenses de l'assureur en dehors des indemnités versées aux bénéficiaires. Ces frais incluent les coûts liés à l'administration, à la souscription des contrats, et à la gestion des dossiers.
- Les taxes : la prime commerciale est majorée par divers éléments (comme les taxes sur les frais d'acquisition et de gestion) imposés par les autorités réglementaires.
- La marge de sécurité : il s'agit d'un supplément ajouté à la prime pure, calculé en utilisant diverses méthodes exposées dans la section précédente. Cette marge vise à protéger l'assureur contre l'incertitude inhérente aux prévisions statistiques et aux fluctuations imprévues.

En prenant en considération tous ces éléments, nous aurons la formulation suivante :

$$PC + PF = Charge + MS + Commissions + FG + Profit$$

Formule finale de la prime commerciale :

$$PC = \frac{PP(1 + MS)(1 + taxe)(1 + FDG)}{(1 - com)}$$

Avec : PP : la prime pure

MS : La marge de sécurité

Com : les commissions

FDG : charge du réassureur

Cette formule peut se simplifier en prenant la forme suivante :

$$PC = \frac{\text{Prime pure chargée}}{1 - tx\ commission}$$

La prime pure est l'espérance mathématique de la distribution des pertes, elle sera chargée par le principe de la prime espérée. En effet, la charge :

$$(1+\alpha) = (1+MS) * (1+taxe) * (1+FDG)$$

Ce facteur permettra le chargement de la prime pure des frais de gestion et d'acquisition, de la marge de solvabilité et de taux des impôts. Ce chargement permet à la prime chargée de couvrir les postes de charges de l'assureur. Puisque la prime pure chargée est égale à la prime commerciale réduite du pourcentage de commission, la formule de calcul de la prime commerciale est plus claire et plus compréhensible. Il est à noter que si l'assuré s'adresse directement à l'assureur sans recourir à un intermédiaire, il n'aura pas à payer une commission

donc le taux de commission est 0%. Il apparaît à première vue que le recours à l'intermédiaire pour souscrire un contrat d'assurance n'est pas profitable à l'assuré.

## 5. Méthodologie de Recherche

### 5.1. Terrain et données de l'étude

Il s'agit de 141 risques industriels. Chaque risque a un impact moyen et une probabilité moyenne d'occurrence. Nous disposons donc d'une matrice de  $n = 141$  lignes et 3 colonnes. Les risques sont représentés dans les lignes, tandis que la première colonne se réfère au numéro du risque, la deuxième colonne à sa probabilité estimée d'occurrence, et la troisième colonne à son impact moyen estimé.

### 5.2. Modèle adopté pour la recherche

Le modèle adopté pour la recherche est le modèle résultant de la simulation Monte-Carlo combinée à l'approche forfaitaire. En effet, l'étude qualitative des risques industriels de l'entreprise industrielle réalisée sur la base de données fournies par l'expert nous a permis de conclure que nous sommes confrontés à des risques majeurs. Nous avons envisagé de déployer toute une procédure de modélisation de ces risques en explorant toutes les méthodes possibles et en expliquant les limites des approches qui ne nous ont pas permis d'obtenir des résultats satisfaisants.

À la fin de cette étape, nous avons développé deux modèles, à savoir l'approximation normale de la distribution des pertes et la simulation Monte-Carlo à l'aide d'algorithmes de calcul codés sur le logiciel R. Nous avons choisi le modèle résultant de la simulation Monte-Carlo combinée à l'approche forfaitaire comme le modèle le plus fidèle à la distribution des pertes en explorant tous les scénarios de perte possibles.

### 5.3. Traitement des données

Nous devons envisager une méthode pour créer une base de données des occurrences de pertes qui servira de point de départ à tout ce qui suivra. Pour ce faire, nous utiliserons la simulation de Monte-Carlo combinée à l'approche au taux forfaitaire (Bellouq, C. 2023).

#### Approche forfaitaire :

Nous considérons la variable aléatoire  $X$  donnée par :

$$\text{Impact} = X = \begin{cases} B & \text{if } I = 1 \\ 0 & \text{if } I = 0 \end{cases}$$

Avec:

$$I = \begin{cases} 1 & \text{if at least one accident occurs} \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

Dans notre cas, nous allons considérer  $I$  que nous noterons  $p_{ij}$  comme la probabilité de l'occurrence du risque  $i$  dans les conditions du scénario  $j$ , et  $Imp_i$  nous noterons comme étant l'impact du risque  $i$  estimé par l'expert.

Dans notre cas, la variable  $X$  présente les caractéristiques suivantes :

$$E(X) = q E(B), \text{Var}(X) = E(I)\text{Var}(B) + \text{Var}(I)E^2(B)$$

$$M_X(t) = qM_B(t) + 1 - q$$

#### Méthode de Monte-Carlo :

Nous avons pensé à exploiter cette technique afin d'approximer la distribution des pertes annuelles globales. Grâce à sa robustesse statistique, elle nous permettra, en raison des scénarios de probabilité d'occurrence des risques, de définir la perte annuelle globale générée par la réalisation du scénario  $i$ . Nous allons simuler 100 000 tirages aléatoires par scénario.

Sachant que nous opérons avec des probabilités estimées d'occurrence assez faibles (variant d'une fois tous les 14 ans à une fois tous les 100 000 ans), il nous a semblé utile de réfléchir à l'occurrence ou non du désastre par scénario, ce qui équivaut à considérer que la fréquence annuelle d'occurrence est soit 0, soit 1, ce qui générera une distribution de Bernoulli de paramètre la probabilité d'occurrence estimée par l'expert pour chaque risque respectivement. En principe, cela implique de simuler 141 réalisations de chaque risque au cours d'une année civile. Cette procédure sera reproduite un très grand nombre de fois, dans notre cas, nous simulerons un total d'un million d'années afin de pouvoir passer en revue tous les scénarios possibles.

$p_{ij}$ : la probabilité simulée dans le scénario  $i$  pour le risque  $j$

$Imp_{ij}$ : l'impact du risque simulé  $j$  si nous nous plaçons dans les conditions du scénario  $i$

Si le risque est jugé par l'expert comme une perte unique, alors l'allocation de la charge se fait comme suit :

$$Imp_{ij} = \begin{cases} Imp_j, & \text{if } p_{ij} = 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

Cependant, dans le cas de plusieurs risques regroupés dans une catégorie, nous devons effectuer une répartition équiprobable d'un montant parmi ceux de la même catégorie. C'est  $Imp_{tiré}$

$$Imp_{i,classek} = \begin{cases} Imp_{tiré}, & \text{if } p_{ij} = 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

Comme vous pouvez le constater, l'allocation de la charge se fait par catégorie.

Scénario  $i$  de pertes annuelles estimées :

$$S_i = \sum_{j=1}^n Imp_{ij}$$

En parcourant tous les scénarios, nous obtiendrons une valeur approximative de la perte globale pour chaque scénario. Ainsi, nous pouvons dire que nous avons construit la base de travail, qui n'est rien d'autre que la distribution des pertes.

nous pouvons considérer la distribution de perte construit à partir de la simulation Monte-Carlo. Nous avons choisi cette approche car elle permet d'entrevoir les différents scénarios de pertes ce qui présentera une bonne base de prise de décision pour les équipes de gestion de risques de l'entreprise.

## 6. Résultats et Discussion

### 6.1. Calcul de la Prime

#### 6.1.1. Principe de la Valeur Espérée (EVP)

Après avoir examiné les contributions essentielles de chercheurs renommés à l'élaboration du principe de valeur espérée (EVP) dans le domaine de l'assurance, nous pouvons considérer la distribution de perte construit à partir de la simulation Monte-Carlo. Nous devons calculer l'espérance de la variable perte qui représentera notre prime pure. L'espérance du vecteur de pertes est égale à 547.649 MDH.

```
> mean(ss)
[1] 547.649
> ss2=ss^2
> variance=mean(ss2)-mean(ss)^2
> variance
[1] 6342166
```



```
      alpha   Prime
[1,]  0.05 575.0315
[2,]  0.10 602.4139
[3,]  0.15 629.7963
[4,]  0.20 657.1788
[5,]  0.25 684.5612
[6,]  0.30 711.9437
```

Pratiquement, la valeur de la charge de sécurité  $\alpha$  varie entre 5% à 30%. Nous avons calculé les différents scénarios de la prime par le principe de la valeur espérée. Comme vous pouvez le remarquer la charge de sécurité augmente sensiblement le montant de la prime.

### 6.1.2. Principe de Déviation Standard (SDP)

```
> mean(ss)
[1] 547.649
> ss2=ss^2
> variance=mean(ss2)-mean(ss)^2
> variance
[1] 6342166
> sqrt(variance)
[1] 2518.366
> P
```

```
      alpha   Prime
[1,]  0.05 1125.918
[2,]  0.10 1251.837
[3,]  0.15 1377.755
[4,]  0.20 1503.673
[5,]  0.25 1629.591
[6,]  0.30 1755.510
```

Comme vous pouvez le constater la valeur de la prime calculée par cette méthode est largement plus grande que la prime pure. De plus, la valeur de la prime augmente considérablement en fonction de  $\alpha$ .

### 6.1.3. Principe de la Variance (VP)

Nous avons ajouté de nouveaux scénarios de  $\alpha$  les plus faibles possibles pour avoir une vision plus claire sur ce principe de tarification.

```
> P
      alpha   Prime
[1,]  0.01 63969.31
[2,]  0.02 127390.97
[3,]  0.03 190812.63
[4,]  0.04 254234.29
[5,]  0.05 317655.95
[6,]  0.10 634764.25
[7,]  0.15 951872.55
[8,]  0.20 1268980.85
[9,]  0.25 1586089.15
[10,] 0.30 1903197.45
```

Cette méthode surévalue le risque est nous propose une valeur de la prime qui poussent l'assuré à ne plus entrevoir le transfert de son risque. Il se trouve dans une situation où le choix de la bonne décision est évident. Donc, face à une telle situation l'entreprise doit choisir de traiter le risque en interne.

Le point commun entre ces différentes mesures est qu'elles génèrent chacun une prime qui est plus grande que la perte attendue (prime pure). La différence entre la prime à payer et la perte attendue représente un montant de sécurité de l'assureur face aux aléas.

Cette différence entre la prime et la perte moyenne est appelée la charge de la prime. Dans le principe de l'écart type et de la variance standard, la charge est liée à la variabilité de la perte, ce qui semble raisonnable et plus profitable à l'assureur.

En plus de calcul de la prime, nous utilisons maintenant des mesures de risque pour déterminer le capital économique de solvabilité. Le favori actuel des institutions financières est la Value-at-Risk, ou VaR, que nous allons décrire plus en détail dans la partie suivante.

## 6.2. Mesure de risques

### Calcul de différents scénarios de la VaR pour le modèle construit par la simulation Monte-Carlo

Nous exploitons la simulation Monte-Carlo afin d'approcher la distribution des pertes annuelle globale. Grâce à sa force statistique elle nous permet, en raisonnant sur les scénarios de probabilités de réalisation des risques, de définir la perte annuelle globale générée par la réalisation du scénario.

Pour calculer la valeur at risk de différents seuils nous avons utilisé sur le Logiciel R la commande : `quantile` (données de pertes,  $1 - \alpha$ ).

On trouve les résultats suivants :

```
> quantile(ss,c(0.94,0.95,0.959,0.96,0.965,0.97,0.98,0.985,0.99,0.995))
      94%      95%      95.9%      96%      96.5%      97%      98%      98.5%      99%      99.5%
1970.755 2482.752 2681.359 2702.155 3177.200 3724.970 5071.890 9634.900 10589.520 17885.299
```

Nous avons obtenu les valeurs sont très sensibles à la valeur de  $\alpha$  ce qui montre l'instabilité des données simulées. En effet, parmi les inconvénients de la simulation de Monte-Carlo est qu'il est impossible de connaître le nombre de scénarios qui stabilise la distribution de S. Toutefois, les résultats obtenus par la simulation de Monte-Carlo restent plus réalistes que ceux obtenus en utilisant une approximation normale. Cela indique que, malgré les défis de stabilité et de sensibilité, la méthode de simulation est préférée pour représenter la distribution des pertes, car elle capture probablement des caractéristiques de la distribution qui ne sont pas prises en compte par une approche normale simplifiée.

Nous allons calculer ces différentes mesures de risque pour  $\alpha=1\%$ .

Le code R de cette implémentation est le suivant :

```
#TVAR
alpha=seq(0.99,1,0.0000001)
tvar=mean(quantile(ss,alpha))

#Conditional VaR
CVAR=mean(ss[ss>quantile(ss,0.99)]-quantile(ss,0.99))

#CTE
CTEE=CVAR+quantile(ss,0.99)

#Expected Shortfall
ES=abs((mean(ss-quantile(ss,0.99))))
```

Elle nous a fourni les résultats suivants :

```
> tvar
[1] 21060.17

> CTEE
 99%
22107.19

> CVAR
[1] 11517.67

> ES
[1] 10064.95
```

- La tail value at risk qui n'est rien d'autre que la moyenne  $VaR[X; \alpha]$  pour un niveau supérieur à  $\alpha$ , donc la tail value at risk de notre modèle est égale à 21060.17 MDH

- La CTE représente la perte attendue sachant que la  $VaR$  au niveau  $\alpha$  est dépassée, elle est égale à 22107 MDH.
- La CVaR correspond à la valeur moyenne des pertes qui excèdent la  $VaR$ , elle est égale à 11517.67 MDH.
- ES est la prime stop-loss dont la rétention est fixée à  $VaR[X ; \alpha]$ , son montant s'élève à 10064,95 MDH.

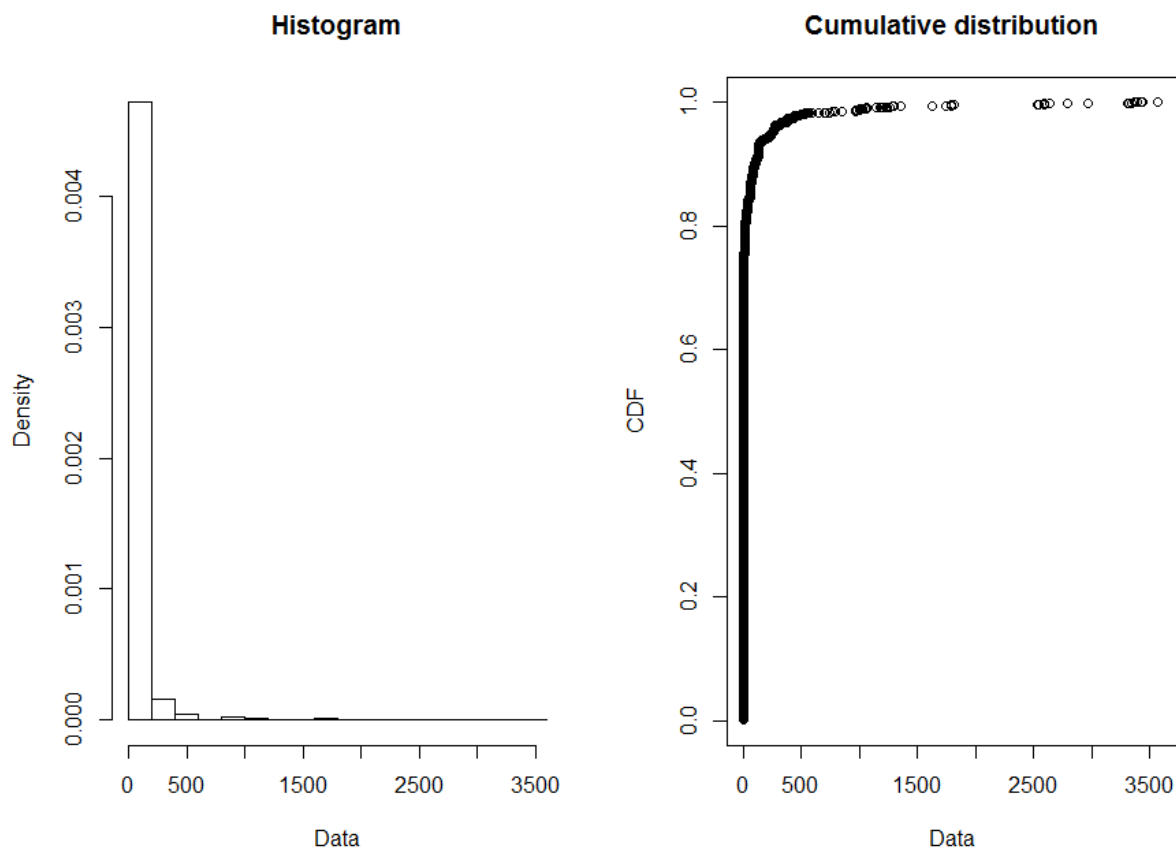
### 6.3. Stratégie de transfert du risque

#### 6.3.1. Évaluation des Responsabilités Financières avec une Franchise de 10%

Au sein du contexte français, la franchise relative aux risques majeurs est réglementairement établie à 10%. Dans cette optique, nous nous sommes engagés dans la démarche de calculer les montants financiers que l'entreprise serait tenue de couvrir si elle optait pour la souscription d'un contrat d'assurance assorti d'une franchise de 10% en cas de sinistre. Ces montants de franchise sont déterminés en se fondant sur les données du vecteur de perte annuelle globale liée aux risques industriels inhérents à l'entreprise.

En d'autres termes, l'entreprise évalue les pertes potentielles résultant d'événements indésirables dans son environnement industriel. En vertu de la réglementation, si l'entreprise décide d'adhérer à un contrat d'assurance avec une franchise fixée à 10%, cela signifie qu'elle s'engage à assumer 10% du montant total des pertes encourues en cas de sinistre. Les montants calculés à partir du vecteur de perte annuelle globale fournissent ainsi une estimation des responsabilités financières que l'entreprise pourrait endosser dans le cadre de cette franchise spécifique.

Figure 1 : l'histogramme et la fonction de répartition des montants payer par l'entreprise en cas de 10% de franchise.



Source : établi à l'aide du logiciel R

Comme vous pouvez le voir, d'après la Figure 1,  $P(Y \leq 240 \text{ MDH}) = 0.95$ , donc à 95% des cas l'entreprise payera en plus de la prime une franchise qui pourra arriver jusqu'à 240 MDH toute fois que le sinistre se matérialise. Dans ce cas l'entreprise n'a intérêt à inclure la clause de la franchise que si l'assureur accepte de diminuer la prime de 240 MDH.

### 6.3.2. Exploration des Scénarios de la Prime Commerciale via Variations de Taux de Chargement selon Solvency I

À ce stade, nous disposons du montant de la prime pure et notre objectif est d'analyser les diverses variations possibles de la prime commerciale. Pour ce faire, nous allons explorer les différents taux constituant le facteur de charge, en se basant sur les paramètres de chargement définis par la réglementation Solvency I.

Selon les dispositions de Solvency I, les taux de chargement comprennent plusieurs composantes : le taux d'impôt appliqué à la prime (fixé à 37 %), les taux de frais de gestion et de marge de solvabilité, ainsi que la commission, dont le pourcentage varie de 0 % à 20 % en fonction de l'implication de l'intermédiaire.

En utilisant ces paramètres de taux de chargement, nous allons générer une série de scénarios pour la prime pure, reflétant ainsi les différentes combinaisons possibles de ces taux. Les valeurs obtenues à partir de ces scénarios nous permettront de mieux comprendre l'impact de chaque composante de chargement sur la prime commerciale résultante.

Les résultats détaillés de notre analyse sont présentés dans le Tableau 1 ci-dessous. Ce tableau récapitulatif met en évidence les implications de chaque scénario de taux de chargement sur la prime commerciale, ce qui facilite une visualisation claire des variations possibles.

Tableau 1 : calcul des différents scénarios de la prime commerciale.

FDG	Taxe	MS	Charge totale	Commission	Prime Commerciale
0,05	0,37	0,05	1,510425	0	827,1827408
	0,37	0,1	1,58235	0,1	962,8582168
	0,37	0,15	1,654275	0,2	1132,452562
0,1	0,37	0,05	1,58235	0	866,5723952
	0,37	0,1	1,6577	0,1	1008,708608
	0,37	0,15	1,73305	0,2	1186,378874
0,15	0,37	0,05	1,654275	0	905,9620495
	0,37	0,1	1,73305	0,1	1054,558999
	0,37	0,15	1,811825	0,2	1240,305187

Source : établi par nos soins.

Tableau 2 : Analyse des différents scénarios de la prime commerciale

FDG	Taxe	MS	Charge totale	Commission	Prime Commerciale
0,05	0,37	0,05	1,510425	0	827,1827408
	0,37	0,1	1,58235	0,1	962,8582168
	0,37	0,15	1,654275	0,2	1132,452562
0,1	0,37	0,05	1,58235	0	866,5723952
	0,37	0,1	1,6577	0,1	1008,708608
	0,37	0,15	1,73305	0,2	1186,378874
0,15	0,37	0,05	1,654275	0	905,9620495
	0,37	0,1	1,73305	0,1	1054,558999
	0,37	0,15	1,811825	0,2	1240,305187

Source : établi par nos soins.

D'après le Tableau 2, les plus petites valeurs de la prime commerciale correspondent aux scénarios où l'assuré ne paye pas de commissions et en lui applique une marge de solvabilité

fixée à 5%. Alors que le taux de gestion dépend principalement de la politique de gestion interne de l'assureur ce qui rend ce taux non négociable.

Comme nous l'avons mentionné dans la partie précédente, la p-value de la value at risk qui correspond à l'appétit au risque de l'entreprise est 5 %. Alors nous devons calculer le quantile d'ordre 95% de la distribution des pertes qui n'est autre que la  $Var_{95\%}$ .

```
> quantile(ss,0.95)
      95%
2395.663
```

Cette valeur correspond au montant dont l'organisation est prête à payer pour faire face à un scénario de réalisation des risques. Or ces ressources dont l'entreprise compte réserver à la couverture des risques peuvent, si on choisit d'externaliser le risque, être investies dans des projets pouvant générer des profits considérables.

Pour faire la part des choses, nous avons choisi de quantifier le montant que l'entreprise économise s'il décide de souscrire un contrat d'assurance. La règle de décision est que l'assurance est profitable si la valeur  $Var_{95\%}(S) - \text{Prime commerciale}$  est important. Le tableau suivant illustre ces scénarios de calcul.

**Tableau 3 : Les différents scénarios  $Var_{95\%}(S) - \text{Prime commerciale}$**

FDG	Taxe	MS	Charge totale	Commission	Prime Commerciale	VaR95% - PC
0,05	0,37	0,05	1,510425	0	827,1827408	1568,480259
	0,37	0,1	1,58235	0,1	962,8582168	1432,804783
	0,37	0,15	1,654275	0,2	1132,452562	1263,210438
0,1	0,37	0,05	1,58235	0	866,5723952	1529,090605
	0,37	0,1	1,6577	0,1	1008,708608	1386,954392
	0,37	0,15	1,73305	0,2	1186,378874	1209,284126
0,15	0,37	0,05	1,654275	0	905,9620495	1489,700951
	0,37	0,1	1,73305	0,1	1054,558999	1341,104001
	0,37	0,15	1,811825	0,2	1240,305187	1155,357813

*Source : établi par nos soins.*

Le Tableau 3 présenté met en lumière une observation cruciale : la stratégie de transfert du risque à une compagnie d'assurance moyennant le paiement d'une prime commerciale se révèle avantageuse à bien des égards pour l'entreprise. Cette démarche s'avère particulièrement fructueuse, générant des bénéfices substantiels évalués à environ 1200 millions de dirhams (MDH), même dans les scénarios les plus défavorables.

L'analyse approfondie de ces données met en évidence l'impact positif et significatif du transfert du risque sur les finances de l'entreprise. En effet, la décision de souscrire une assurance se traduit par une nette amélioration de la situation financière de l'entreprise, avec des gains potentiels considérables. Ces gains, estimés à près de 1200 MDH, attestent de l'efficacité de la stratégie de transfert du risque dans les situations où les scénarios pessimistes prévalent.

À la lumière de ces constatations, il devient évident qu'opter pour le transfert du risque revêt une importance capitale pour l'entreprise, en particulier dans la perspective de réduire les besoins en capitaux propres. Les avantages financiers substantiels découlant de cette stratégie plaident en faveur de son adoption en tant qu'outil stratégique pour optimiser la gestion des risques et renforcer la stabilité financière de l'entreprise.

En somme, le Tableau 3 démontre de manière détaillée que le choix de transférer le risque à une compagnie d'assurance moyennant une prime commerciale offre à l'entreprise des gains notables, même dans les circonstances les moins favorables. Ces avantages financiers indiscutables viennent confirmer la pertinence et la nécessité du transfert du risque en tant que mécanisme efficace pour atténuer les contraintes en termes de fonds propres et garantir la pérennité financière de l'entreprise.

## 7. Conclusion et résumé :

En résumé, l'article a souligné l'importance cruciale de la mesure des risques dans les secteurs de l'assurance et de la gestion d'entreprise. L'assurance joue un rôle essentiel en offrant une protection contre divers risques prédéfinis, et l'évaluation des pertes potentielles ainsi que la détermination des primes sont des éléments clés de ce processus. Cependant, l'évaluation des risques ne se limite pas à l'assurance : elle s'étend également à la gestion des finances des entreprises, où des métriques telles que le "Value at Risk" (VaR) influencent directement les décisions financières. La démarche rationnelle adoptée par les assurés pour appréhender la gestion des risques repose sur les travaux remarquables de chercheurs et d'économistes.

En examinant de près cette analyse, qui se concentre sur les gains potentiels en termes de finances, il devient évident et impératif de transférer les risques industriels pour garantir la stabilité financière de l'entreprise. Fortement recommandé, en s'appuyant sur ces bases académiques, est l'adoption par l'entreprise d'une approche proactive en faveur du transfert des risques, tout en exerçant un discernement avisé parmi les offres d'assurance disponibles sur le marché. En empruntant une approche inspirée des économistes et des chercheurs, l'entreprise serait judicieusement orientée vers des négociations pointues visant à personnaliser les termes du contrat d'assurance. La proposition d'une franchise basée sur un pourcentage plutôt qu'un montant fixe s'inscrit dans cette stratégie, permettant ainsi à l'entreprise de capitaliser sur la faible probabilité d'occurrence d'événements majeurs à risque. Cette stratégie réfléchie ouvre la voie à une situation financière florissante et optimale pour l'entreprise.

En fin de compte, l'union entre la sagesse tirée des recherches en économie et la vision pragmatique des entreprises forme une alliance solide pour la gestion des risques industriels. Cette combinaison d'idées offre une feuille de route inspirante, héritée des éminents économistes et chercheurs, qui guide ainsi les décideurs et les responsables financiers vers des décisions éclairées et une navigation réussie au sein d'un environnement économique en constante évolution.

## Références :

- (1). Allais, M. (1953). "Fondements d'une théorie positive de la décision comportant un risque et critères de choix rationnels" dans *Econometrica*, 21(4), 503-546.
- (2). Arrow, K. J. (1963). "Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care". *The American Economic Review*, 53(5), 941-973.
- (3). Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203-228.
- (4). Bachelier, L. (1900). 'Théorie de la spéculation.' *Ann. Sci. École Norm. Sup.*, 3(17), 21-86.
- (5). Bellouq, C. (2023) «Economic impacts of major industrial risks : Assessment of the probable annual loss of a Moroccan company», *Revue Internationale du chercheur* «Volume 4 : Numéro 1».
- (6). Black, F. (1972) Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *Journal of Business*, 45, 444-455.
- (7). Bühlmann, H. (1970). 'Mathematical Methods in Risk Theory.' Springer.
- (8). Bühlmann, H., & Gisler, A. (2005). "A Course in Credibility Theory and its Applications" dans Springer Science & Business Media.
- (9). Carr, P., & Madan, D. B. (1999). Option valuation using the fast Fourier transform. *The Journal of Computational Finance*, 2(4), 61-73.

- (10). C-H. Wang and Z. Zhao. (2016), Conditional Value-at-Risk: Semi parametric estimation and inference, *Journal of Econometrics*, Vol.195, no.1, pp 86-103.
- (11). Cummins, J and Tennyson, S (1992). Reinsurance and the Liability Insurance Crisis. *Journal of Risk and Uncertainty*, vol. 5, issue 3, 253-72.
- (12). Daniel Bernoulli (1738). "Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk." *Econometrica* (1954), vol. 22, no. 1, pp. 23-36.
- (13). Denuit, M. (1995). 'Principles of Risk Pricing.' *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 25(2), 223-267.
- (14). Derman, E. (2000). *My Life as a Quant: Reflections on Physics and Finance*. Wiley.
- (15). Dickson, D. C. M. (1997). "Insurance Risk and Ruin" dans Cambridge University Press.
- (16). Doherty, N. A. & Schlesinger, H (1983). " The Optimal Deductible for an Insurance Policy When Initial Wealth Is Random ". *The Journal of Business*, 1983, vol. 56, issue 4, 555-65.
- (17). Doherty, N. A. (1981). "The Economics of Insurance". *Journal of Risk and Insurance*, 48(2), 147-186.
- (18). Embrechts, P., Klüppelberg, C., & Mikosch, T. (2000). "Modelling Extremal Events: For Insurance and Finance". Springer.
- (19). Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.
- (20). Fama, E.F. (1965) The Behaviour of Stock Market Prices. *Journal of Business*, 38, 34-105.
- (21). Frank H. Knight (1921). "Risk, Uncertainty, and Profit." Houghton Mifflin Company.
- (22). Hull, J. C. (2018). *Risk Management and Financial Institutions*. John Wiley & Sons.
- (23). Jorion, P. (1996). "Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk." Irwin Professional Pub.
- (24). Jorion, P. (2006). *Value at risk: The new benchmark for managing financial risk*. McGraw-Hill.
- (25). Kolmogorov, A. (1933). 'Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung.' Springer Berlin Heidelberg.
- (26). Kunreuther, H., & Michel-Kerjan, E. (2002). "Policy Watch: Challenges for Terrorism Risk Insurance in a Post-September 11 World". *Journal of Economic Perspectives*, 16(4), 125-144.
- (27). Lévy, P. (1948). 'Processus stochastiques et mouvement brownien.' Gauthier-Villars.
- (28). Machina, M. J. (2009). "Risk, Ambiguity, and the Rank-Dependence Axioms" dans *The American Economic Review*, 99(1), 385-392.
- (29). Markowitz, H. (1952) Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7, 77-91.
- (30). McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2005). *Quantitative risk management: Concepts, techniques and tools*. Princeton University Press.
- (31). Merton, R. C. (1997). "A Simple Model of Capital Market Equilibrium with Incomplete Information". *The Journal of Finance*, 42(3), 483-510.
- (32). Penner, I. (2007). *CVaR Risk Measures: Computation and Properties*. Universität Stuttgart.
- (33). Pitacco, E. (2009). 'Modelling the risk process in the insurance framework.' *Handbook of Insurance*. Springer."
- (34). Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking & Finance*, 26(7), 1443-1471.
- (35). Rowe, D. M. (1977). "Risk Management: A Potential Application of Financial Decision Theory." *The Journal of Risk and Insurance*, 44(3), 455-472.
- (36). Shapiro, A. (2009). *Lectures on Stochastic Programming: Modeling and Theory*. SIAM.

- (37). Sharpe, W.F. (1966) Mutual fund performance. *The Journal of Business*, 39, 119-138.
- (38). Taleb, N. N. (2007). *The black swan: The impact of the highly improbable*. Random House.
- (39). Ulferts, S. (2006). *The Expected Shortfall and Beyond*. Universität Freiburg.